

Acerca de la media

Autoría: Miguel Adán Oliver

Temática: La media. Tipos, propiedades, relaciones y usos.

Palabras clave: webquest, media.

Resumen

En la enseñanza secundaria aparecen frecuentemente situaciones en las que el concepto de media es utilizado para resolver problemas aritméticos, geométricos, estadísticos, etc. Sobre dicho concepto se ha realizado una webquest en la que se propone el estudio de diversos tipos de media así como la realización de otras actividades de índole no específicamente matemática relacionadas con dicho concepto.

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

A lo largo de la enseñanza secundaria tenemos ocasión en todos los bloques de contenido, aritmética y álgebra, geometría, estadística y funciones, de tratar con uno de los conceptos centrales del currículo matemático: el concepto de media. Como ejemplo de ello basta recordar los nombres de media aritmética, geométrica, armónica, cuadrática, ponderada; los teoremas del valor medio del cálculo diferencial e integral; los conceptos estadísticos de media, mediana, moda, varianza, etc; y los teoremas, que pueden ser interpretados en el sentido de un cierto promedio, de la probabilidad total, central del límite, etc. Estos conceptos básicos de nuestro currículo escolar nos recuerdan que la sociedad y consecuentemente, los matemáticos, estamos muy interesados en obtener valores intermedios que representen o resuman, en los más diversos contextos, a un conjunto de valores.

Por otra parte, es claro que en nuestra sociedad el empleo de tales valores medios es un recurso cotidiano en la prensa, radio y televisión. Continuamente aparecen datos como la subida del IPC, el salario medio, los resultados escolares, las canastas por partido, las precipitaciones medias mensuales, etc. Pero el empleo de valores medios o intermedios no se ciñe al ámbito numérico. En muchas ocasiones tenemos la necesidad de elegir entre dos extremos: muchas veces se necesita una actitud moderadora, un acuerdo entre dos posturas distantes, un color intermedio entre dos propuestas que nos parecen desequilibradas, la valoración acertada de un bien en venta, etc. Nuestro refranero y nuestros dichos y proverbios populares reflejan en ocasiones la necesidad o bondad de alcanzar en nuestra vida un valor medio: “en el término medio está la virtud”, “ni blanco ni negro”, “año tardío, año medio vacío”, “entre Pinto y Valdemoro”, “agua hervida es media vida”, “ir por los extremos no es de discretos”,... También es habitual, y en este caso por desgracia, observar que los escolares y en general los ciudadanos no siempre utilizan, comprenden o calculan debidamente estos conceptos matemáticos, y que en ocasiones suelen confundir sus diferentes significados y la conveniencia de su uso.

Con el objetivo de contribuir al desarrollo de las competencias generales en la enseñanza secundaria, y en concreto a las competencias matemática, cultural y artística y de tratamiento

de la información y digital se ha creado una webquest en la que se abordan alguno de estos temas. La página se haya alojada en internet en la dirección <http://wikimatematicasalarcos.wikispaces.com/Inicio>. A través de las actividades propuestas el alumno, en cierta medida, consigue conectar la realidad y sus intereses con la práctica académica, integra actividades matemáticas y culturales de manera significativa y aprovecha las virtudes de las nuevas tecnologías (biblioteca, banco de datos, laboratorio, centro de cálculo, imprenta, etc) para contribuir a construir más sólidamente sus conceptos matemáticos.

2. CONTENIDOS Y TAREAS

Los contenidos concretos contemplados en esta web son los siguientes:

- Media Aritmética
- Media Geométrica
- Media Armónica
- Media Cuadrática
- Media Ponderada
- Mediant
- Punto Medio en el plano
- Sistema de color RGB
- Color medio

De estos contenidos los alumnos han estudiado sus definiciones, sus interpretaciones aritméticas y geométricas, sus propiedades y sus relaciones.

La web incluye o enlaza:

- Páginas recomendadas que ofrecen información sobre los conceptos tratados
- Páginas específicas con problemas de tipo aritmético y geométrico que serán parte de la tarea del alumno
- Páginas de información y ayuda
- Programas específicos que constituyen un laboratorio de experimentación e investigación:
 - Programa sobre las medias
 - Programa sobre colores
 - Programa sobre punto medio en el plano
- Propuesta de memoria final

Los alumnos, como en toda webquest, deben realizar las tareas propuestas que en nuestro caso son:

- Buscar información acerca de refranes, dichos o proverbios en los que implícita o explícitamente aparezca el concepto de valor medio o intermedio.
- Trabajar en el ordenador con los programas creados específicamente para la webquest y con un editor de texto para realización de la memoria.
- Resolver los problemas propuestos
- Experimentar, investigar y jugar con los programas específicos para conocer el comportamiento de las diversas medias y sus relaciones.
- Realizar una memoria final con las conclusiones y valoraciones oportunas.

Los cursos apropiados para aplicar la totalidad de la webquest y sacarle el mayor provecho son los de 4º de ESO y 1º de Bachillerato, aunque parte de sus actividades pueden ser tratadas en 3º de ESO y algunas otras serán de utilidad en 2º de Bachillerato.

3. PROGRAMAS ESPECÍFICOS

A continuación se describen brevemente los tres programas específicos que se utilizan en la webquest.

3.1. Programa Medias

Este programa es un sencillo laboratorio acerca de las medias aritmética, geométrica, armónica y cuadrática (Fig.1).

	Media Aritmética de x, y	Media Geométrica de x, y	Media Armónica de x, y	Media Cuadrática de x, y	Mediant de las fracciones $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$	Media Ponderada de x, y con pesos p_1, p_2
Definición aritmética	$A = \frac{x+y}{2}$	$G = \sqrt{x \cdot y}$	$H = \frac{1}{\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) / 2}$	$C = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}}$	$Mt = \frac{a+c}{b+d}$	$P = \frac{xp_1 + yp_2}{p_1 + p_2}$
Interpretación aritmética	$x - A = A - y$	$\frac{x}{G} = \frac{G}{y}$ (media proporcional) $\ln(G) = \frac{\ln(x) + \ln(y)}{2}$	$\frac{1}{H} = \frac{\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)}{2}$	$C^2 = \frac{x^2 + y^2}{2}$		$P = \frac{\sum_1^{p_1} x + \sum_1^{p_2} y}{n}$
Interpretación geométrica						
	<input type="button" value="Volver"/>					

Figura 1

En una primera pestaña (Fig.2) se calculan las medias de dos valores llamados X e Y situados en un cierto intervalo numérico. Mediante unas barras de desplazamiento los valores pueden ser cambiados rápidamente lo que permite observar las fluctuaciones de las mismas según cambian los valores de X e Y.



Figura 2

Como aplicación de la media ponderada se incluye un clásico problema general de cálculo de un precio intermedio como puede apreciarse en la Figura 3.

Un almacenista tiene que vender un total de **6000** kilogramos de naranjas y dispone de naranjas de diferente calidad. Una de ellas a **6** euros el kilo y la otra variedad a **9** euros el kilo. Decide mezclar naranjas de ambas tipos para vender a un precio intermedio.

Estudia el precio de venta por kilo según la cantidad de kilogramos que mezcle de ambas calidades.

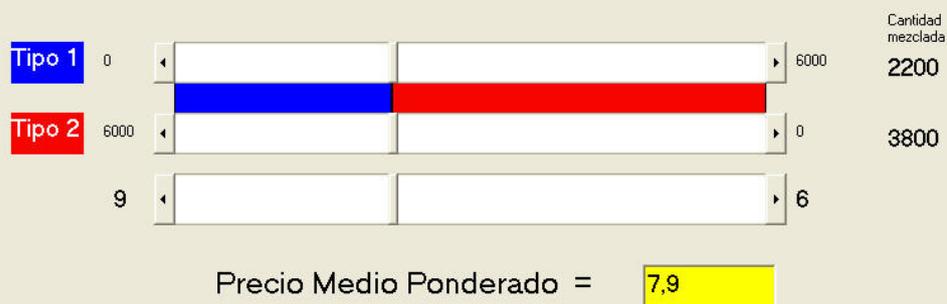


Figura 3

En otra pestaña se abre un programa que nos permite experimentar con el concepto de mediant. Este desconocido concepto aparece al considerar la combinación de dos fracciones de la forma siguiente:

$$\text{Mediant} \left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \right) = \frac{a+c}{b+d} \quad (1)$$

Como es evidente, el mediant de dos números racionales no coincide con ninguna de las medias anteriores, pero se relaciona gráficamente con el concepto de suma de vectores si consideramos el numerador y el denominador como las coordenadas de un vector (ver Fig.4). La exploración de alguna de sus propiedades se realiza con dicho programa (Fig.5)

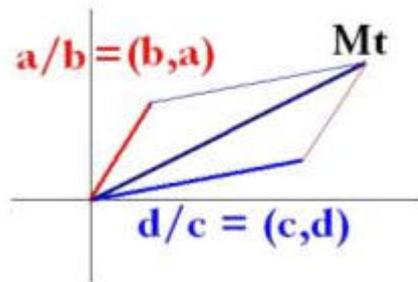


Figura 4

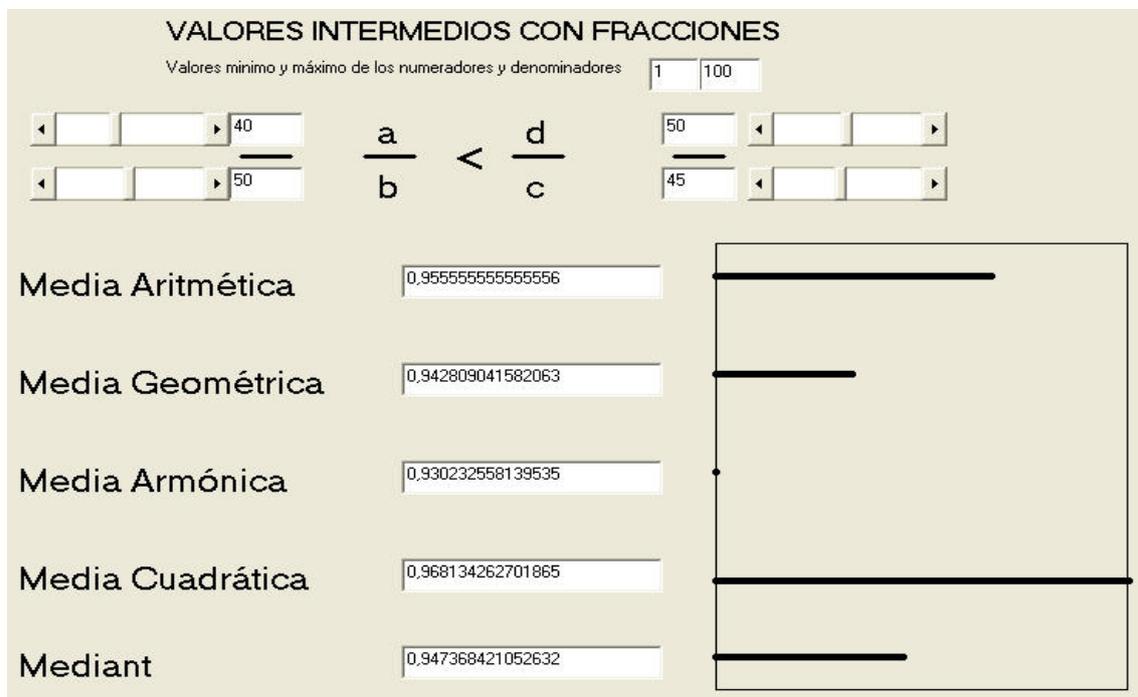


Figura 5

3.2. Programa Colores

En este programa se presenta un laboratorio de colores (Fig.6). Partiendo del sistema RGB, que queda explicado en las ayudas, se proporciona una sencilla herramienta para construir y mezclar colores.

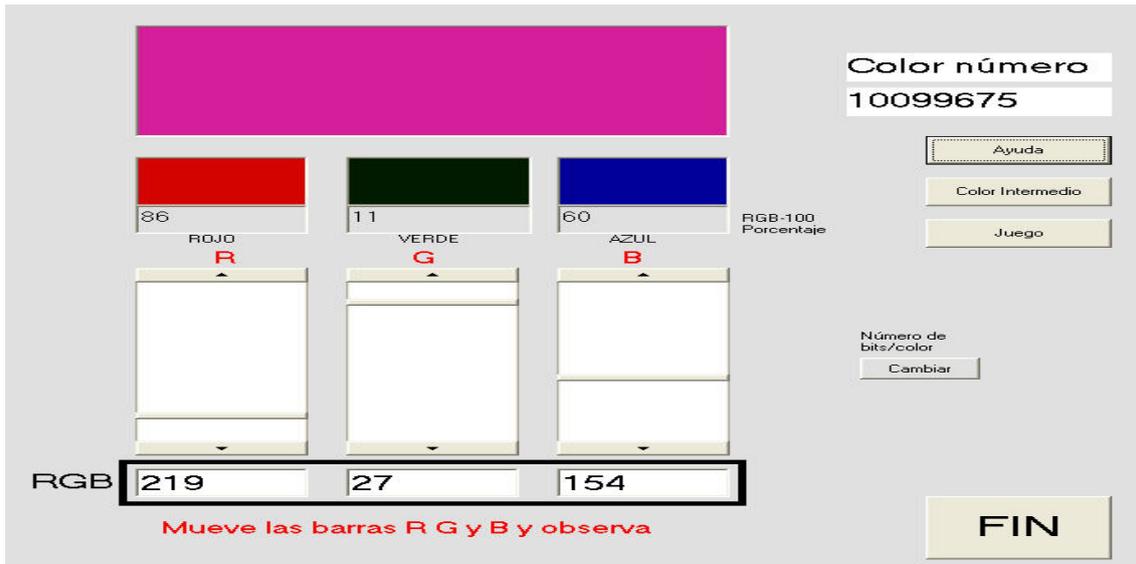


Figura 6

Cada color se presenta definido numéricamente mediante una terna de valores en el intervalo [0,255] a las que llamamos coordenadas RGB. De esta manera es posible pensar matemáticamente sobre un color y de manera natural el cálculo de un color medio se obtiene mediante el cálculo de la media aritmética de sus coordenadas (Fig.7).

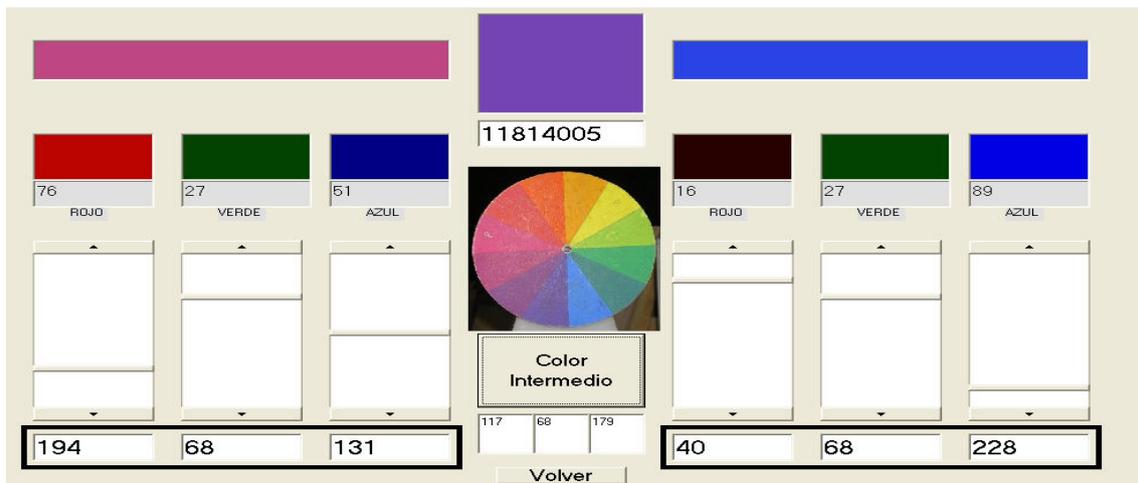


Figura 7

Un ejemplo de los problemas que se proponen es el presentado en el siguiente gráfico (Fig.8):

5.-Pincha en el botón de colores intermedios. Si tomamos dos colores de la ruleta central como por ejemplo:



y



y los mezclamos obtendremos un color parecido a:



que es su color intermedio.

Ahora te toca a ti. Toma dos sectores separados por otro sector, intenta conseguir los colores de ambos y luego haz el color intermedio. ¿Qué observas?. Apunta los números RGB de cada uno de ellos y fijate en la operación matemática que permite obtener la mezcla de los dos colores.

¡ Cada vez que miramos la tele o el ordenador nuestros ojos están calculando medias aritméticas!. ¡Y nosotros sin saberlo!

Figura 8

Para completar, se incluye un juego (Fig.9) en el que el alumno es retado para construir un color dado aleatoriamente mediante la mezcla adecuada de rojo, azul y verde. Dicho juego incluye algunas opciones con pistas y temporizador.



Figura 9

Una opción que podemos utilizar es la de variar el número de bits que utilizamos para enumerar cada uno de los colores básicos. En principio se usa un byte (8 bits) para cada color,

lo que arroja un total de 256 posibilidades por color básico, es decir $256^3 = 16.777.216$ colores. Si en cambio únicamente utilizamos 3 bits por color básico tendremos $8^3 = 512$ colores.

3.3. Programa Punto Medio

En este programa, y a través de un sencillo juego, se trabaja básicamente el concepto de punto medio de un conjunto de puntos situados en un plano (Fig.10).

Se parte de un conjunto de diez puntos situados aleatoriamente en el plano que tienen a su baricentro como punto central C (en color rojo). El movimiento de uno cualquiera de los puntos dados (P) se traduce inmediatamente en un movimiento de C, siendo la variación de C dependiente de la magnitud de la variación producida en el punto P.

El objetivo del juego es alcanzar con C otro punto N situado aleatoriamente, mediante la oportuna movilización de los diez puntos.

Aparecen en el mismo otros conceptos estadísticos que nos pueden ser útiles en ciertos temas como los de covarianza, desviación típica, coeficiente de regresión lineal y recta de regresión (Fig.11). El juego permite vislumbrar los efectos que sobre estos parámetros se producen al variar la situación de los puntos.

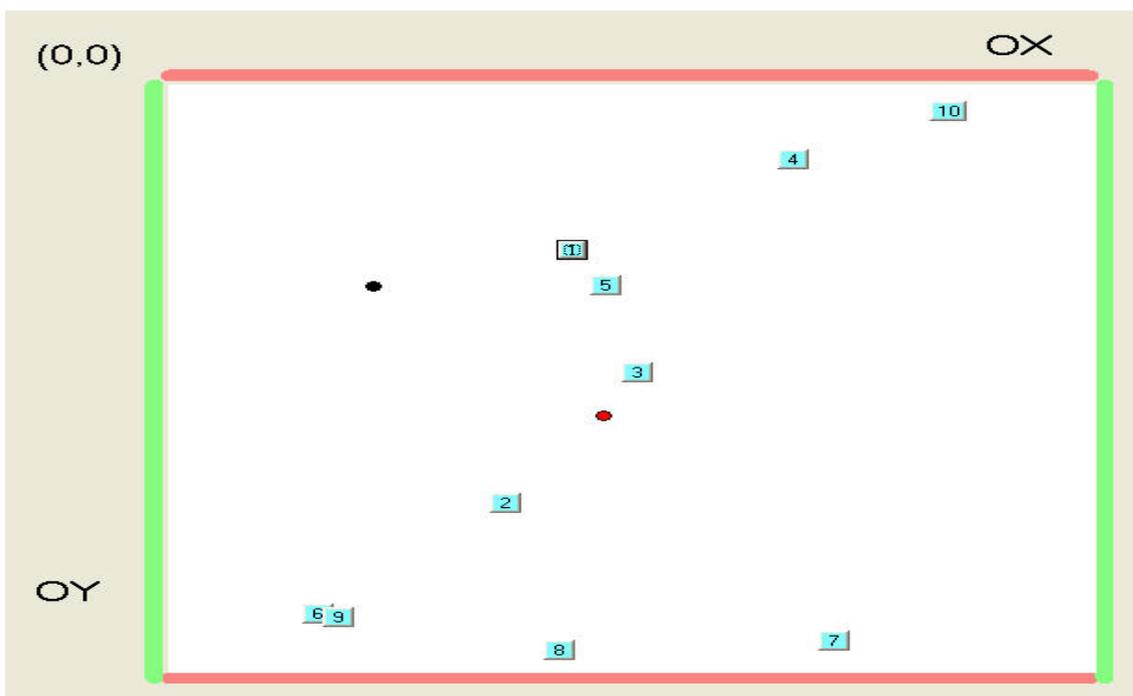


Figura 10

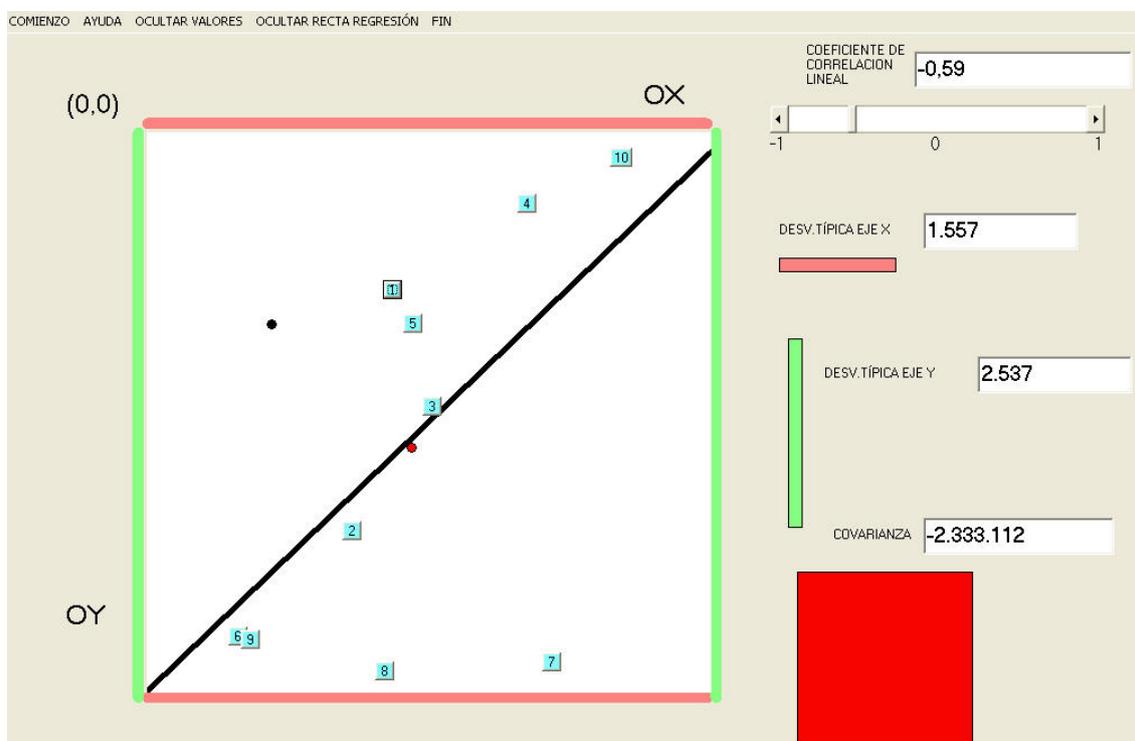


Figura 11

4. EXPERIENCIA EN EL AULA

La webquest presentada en este trabajo fue experimentada en el I.E.S. St^a M^a de Alarcos de Ciudad Real por varios profesores y por varios grupos de los cursos de 4^o de E.S.O. y de 1^o de Bachillerato. El tiempo de trabajo en el aula Althia fue aproximadamente de 10 horas más las que dedicaron en su casa a la realización de la memoria final.

Los resultados se valoraron positivamente en los siguientes aspectos:

- Grado de interés e implicación con las tareas
- Conocimiento, comprensión y uso de los conceptos implicados
- Descubrimiento de propiedades y relaciones elementales
- Resolución de los problemas más sencillos
- Manejo de los programas informáticos
- Valoración de la actividad por parte de los alumnos

Hubo también algunos aspectos más dificultosos en los que únicamente se obtuvieron éxitos muy parciales. Podemos señalar como ejemplo la justificación algebraica de algunas propiedades y relaciones. En concreto nos referimos a la justificación algebraica de que la media armónica es menor o igual que la geométrica, y ésta menor o igual que la aritmética, y ésta a su vez menor que la cuadrática. No obstante la falta de alguna justificación, la comprensión geométrica y la verificación realizada con los programas informáticos suple con creces estas carencias por lo que consideramos un acierto el empleo de los mismos.

■ Autoría

Miguel Adán Oliver (Jefe del Departamento de Matemáticas)

Datos de contacto:

CENTRO: I.E.S. Stª Mª de Alarcos

TFNO: 926230647

CORREO: miguel.adan@uclm.es

PÁGINA WEB: <http://matematicas.uclm.es/ita-cr/madan/index.htm>

copyright© La revista digital "Programas" se concibe como un servicio al profesorado para facilitar la difusión de sus experiencias y reflexiones. Los textos publicados aquí pueden ser copiados y distribuidos públicamente, siempre que cite la autoría y "Programas". No los utilice para fines comerciales y no haga con ellos obra derivada.