

MIENTRAS SIGAN SORPRENDIÉNDOME SEGUIRÉ

INTERESADO EN ESTA PROFESIÓN

El valor de lo inesperado en clase de matemáticas

CLAUDI ALSINA

1. PREÁMBULO

Esta ponencia versa sobre el profesorado de matemáticas y lo inesperado. Deseo compartir con ustedes la valoración positiva que lo inesperado puede tener en nuestro oficio. Para empezar les propongo un test previo de diagnóstico para que puedan apreciar cual es su actitud inicial frente al tema que nos ocupa:

TEST SOBRE LO INESPERADO	SI	NO
1. Prefiero tenerlo todo bajo control y que no haya situaciones inesperadas		
2. Lo inesperado se evita con una buena programación		
3. Me da pánico que se den imprevistos en clase		
4. Todos los cursos son iguales (y cada vez peores)		
5. No puedo perder tiempo con cosas inesperadas		

Si usted ha respondido cinco veces SI, esta conferencia no va a interesarle demasiado y, posiblemente, usted puede ser substituido/a por una máquina.

Si usted respondió cinco veces NO: bienvenido/a al club de los que creemos en el carácter profundamente humano de nuestra profesión.

Si usted respondió con algunos SI y algunos NO, hay aún un rincón a la esperanza.

2. LA PALABRA “INESPERADO”

Lo razonable al considerar una palabra clave que será centro de atención en una ponencia es empezar consultando un diccionario. El de la RAE se limita a decir:

- **inesperado, da.** adj. *Que sucede sin esperarse.*

Como acostumbra a pasar debemos acudir entonces a consultar el verbo asociado:

esperar. (Del lat. *sperāre*).

1. tr. *Tener esperanza de conseguir lo que se desea.*
2. tr. *Creer que ha de suceder algo, especialmente si es favorable.*
3. tr. *Permanecer en sitio adonde se cree que ha de ir alguien o en donde se presume que ha de ocurrir algo.*
4. intr. *No comenzar a actuar hasta que suceda algo.*
5. intr. *Dicho de una cosa: Ser inminente o inmediata..*
6. intr. *Poner en alguien la confianza de que hará algún bien.*

Por lo leído parece pues razonable cualificar de *inesperado* todo aquello que ocurre sin que fuera previsible su ocurrencia o que ni tan siquiera nos hubiésemos planteado que iba a suceder. Sucesos de probabilidad nula (“la moneda cae de canto”) pero que ocurren, pueden calificarse de inesperados. Pero también son inesperados sucesos no aleatorios que, para nosotros resultan sorprendentes (un aumento de sueldo o un problema que todos resuelven, por ejemplo). A lo largo de esta conferencia creo que puede quedar bien matizado los sentidos que para nosotros puede tener lo inesperado y el valor que ello puede tener.

3. LO INESPERADO EN LA VIDA

Lo inesperado forma parte substancial de la vida humana, tanto en la vida cotidiana de las personas como de sus producciones literarias, fílmicas, lúdicas, artísticas, etc. Una vida determinista y sin sorpresas sería ciertamente de interés limitado y, con seguridad aburrida.

Lo inesperado en familia

Todas las personas experimentan a lo largo de su vida normal la necesidad de afrontar, constantemente, situaciones inesperadas. La madurez se demuestra precisamente con la capacidad de saber resolver dignamente este tipo de circunstancias o saber evitarlas convenientemente.

A nivel personal es inesperada la propia evolución física y psicológica, que acaba sorprendiéndonos a nosotros mismos. A nivel familiar lo inesperado forma parte de la convivencia, ya sea en sentido negativo o en el positivo. Al llegar a casa puede encontrarse en situaciones inesperadas como las siguientes:

- “El ascensor funciona”
- “Cálmate, esto no es lo que parece....”
- “Cariño, la mesa está servida”

- “Hoy he salido y no he comprado nada”
- “El pescado es cada vez más barato”
- “ Mi mamá no vendrá con nosotros estas vacaciones”
- “Ha llegado el recibo de la luz y nos devuelven dinero”
- “Hoy no dan ningún partido de fútbol por televisión”
- “Los niños están estudiando y me han devuelto la paga”
-

Ante todas estas sorpresas del día a día solo caben dos actitudes. La mayoría de humanos desorientados acaban sucumbiendo al pesimismo y aceptando la Ley de Murphy: “*Si algo puede ir mal irá mal*”, y todos sus corolarios:

Filosofía de Murphy: *Sonria, mañana puede ser peor.*

Paradoja de Murphy: *Siempre es más facil hacerlo de la forma más difícil.*

Ley de Johnson: *Si algo falla, lo hará en el momento más inoportuno*

Ley de Jenkinson: *De todas maneras no funcionará.*

Ley de las reparaciones: *Si no se ha roto no se podrá arreglar.*

La alternativa optimista es solo fijarse en lo que ha ido bien y concluir como el añorado profesor Luis A. Santaló: “*Todo lo que me ha ocurrido de positivo en mi vida, yo no lo he buscado*”.

Lo inesperado en la política

Numerosos son los ejemplos de decisiones o declaraciones políticas que resultan totalmente inesperadas. Recuerden, por ejemplo las dos joyas de George Bush:

“*La gran mayoría de nuestras importaciones vienen de fuera del país*”

lo cual parecía indicar que había “importaciones” desde el propio país. Y su famosa frase:

“*Estoy atento no solo a preservar el poder ejecutivo para mí sino también para mis predecesores*”.

Mas recientemente, acercándose el final del segundo mandato presidencial de Lula da Silva se realizó en Brasil una encuesta sobre como vería la población la posibilidad de que, con los oportunos cambios legislativos, el popular presidente pudiera presentarse para un tercer mandato. El resultado fue que el 60% opinó desfavorablemente. Pero lo sorprendente del caso fue que al ser preguntado el propio presidente Lula sobre que opinaba de este 60% en contra, en un alarde de modestia declaró:

El resultado ha sido del 60% pero si me hubiesen preguntado a mi hubiese sido del 61%.

Lula da Silva considera su opinión personal equivalente al 1% de la colosal población brasileña.

Recientemente José Luis Rodríguez Zapatero en plena negociación sobre financiación autonómica introdujo un original e imposible resultado numérico:

“Todas las comunidades recibirán por encima de la media”.

Lo inesperado en literatura, cine y teatro

Lewis Carroll deja pendiente en Alicia en el País de la Maravillas la famosa pregunta:

“¿En qué se parece un cuervo a un pupitre?”,

cuestión a la que años más tarde responde E.V. Rieu con la sorprendente respuesta:

“En que hay una a en ambos”.

Lo inesperado forma parte de la trama de la literatura de ficción, es lo que hace interesante la lectura y es lo que acrecienta el deseo de llegar al final. El final apoteósico (¡gracias Agatha Christie!) es precisamente el que nunca hubiésemos esperado. Esta maestría en dosificar lo inesperado es también común en teatro, en cine, etc. Desafortunadamente la información televisiva ha heredado a veces parte de esta tradición y lo que se considera noticia es normalmente lo que sucedió de extraordinario, no lo normal.

Lo inesperado en Arte, Arquitectura y Diseño

La supuesta emoción que genera el arte se deriva a menudo de la capacidad del artista para sorprendernos al presentarnos una escena extraordinaria o una visión inusual o un detalle inesperado. El caso del surrealismo de Dalí, Brossa o Duchamp es un caso extremo donde el arte rompe con el sentido común. Las figuras imposibles de Carelman, Escher, Meavilla, etc, son atractivas porque nos visualizan relaciones geométricas que sabemos no pueden darse en el plano o el espacio.

En arquitectura hay proyectos inesperados que dan lugar a casas, calles, escaleras, balcones, instalaciones, etc, con formas inusuales (para bien o para mal). La originalidad de lo inesperado.

En el mundo del diseño aparecen por suerte soluciones inesperadas que logran superar problemas de forma magistral. Algo inesperado en este mundo del diseño industrial es lo mucho que la humanidad ha tardado en llegar a soluciones de diseño óptimo, que una vez halladas parecen obvias. ¿Por qué no se creó la fregona hace

milenios? ¿Cómo es posible que habiéndose inventado la rueda se necesitaron tantos siglos para incorporar ruedecitas a las maletas y facilitar su transporte?

4. LO INESPERADO EN MATEMÁTICAS

En las propias matemáticas tenemos un amplio repertorio de situaciones, resultados, demostraciones o soluciones inesperadas de diversos tipos:

(i) *Acontecimientos históricos inesperados*

La historia de la matemática es una fuente, sorprendentemente amplia, de sucesos inesperados de tipología variopinta. Apuntemos solo algunos casos:

- La imaginativa mente juvenil (Abel, Galois,...) ha superado siempre a la experiencia, es decir, el conocimiento profundo limita la creatividad de ideas novedosas.
- El interés por lo imposible (cuadratura del círculo, trisección del ángulo,...) ha recibido más esfuerzos que determinados problemas que sí eran resolubles.
- Siempre hay una esperanza latente en encontrar una demostración más simple: lo que ayer era complejo hoy se convierte en simple.
- Hay problemas aparentemente difíciles que quedan abiertos muy poco tiempo y problemas aparentemente simples que esperan años o siglos para ser resueltos. El caso del último teorema de Fermat tiene tres episodios inesperados. El primero es el farol que se marca Pierre de Fermat al dejar escrito en el margen de su aritmética de Diofanto la famosa frase en que se auto-atribuye tener una bella solución pero no tener espacio suficiente en aquel margen para explicarla (Fermat era un abogado siempre rodeado de papeles). El segundo episodio inesperado es la espera de 300 años para que el tema quede resuelto. Y la tercera parte de la secuencia es la solución enrevesada dada por Andrew Wiles.

(ii) *Resultados inesperados numéricos*

En el mundo de los números hay maravillosas e inesperadas igualdades:

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$111111 \times 111111 = 12345654321$$

$$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$$

$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$

$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$

Un ejemplo de respuesta inesperada

Considere el clásico de la aritmética recreativa:

$$\mathbf{XI + I = X}$$

Obviamente es una igualdad falsa...salvo si gira la página 180° y lee lo escrito al revés.¿acaso la verdad aritmética puede depender de la “posición” de la operación?

Un ejemplo de inesperadas situaciones numéricas

Pero también en el uso social de los números se encuentran multitud de dificultades inesperadas .En un web de repartidores de pizza y en otro de periódicos he podido apreciar como se enumeran los graves problemas numéricos a los que estos profesionales deben enfrentarse. Si la pizza mediana cuatro estaciones va al número 6 hay que encontrar el 6, ni en el 5 ni en el 7 van a pagar por el pedido. Entre las críticas sobre números de casas destacan algunas como las siguientes:

- Números invisibles por la oscuridad
- Números tan pequeños que son ilegibles a distancia
- Números donde faltan dígitos que han caído
- Números mal situados (lejos de la puerta, altos, escondidos por el tejado, muy ajos,...)
- Números con colores iguales a la fachada o irreconocibles.
- Números escritos a mano o con una tipología rara donde los 6 y los 8 se confunden.
- Números tapados por muebles, escaleras, adornos navideños,...
- Números situados en lugares insólitos (pilares, buzones, esculturas,...).
- Números escritos en numeración romana u otros sistemas históricos.
- Números escritos verticalmente o en diagonal
- ...y por supuesto, números que han desaparecido.

Un ejemplo de inesperada precisión

Una conocida historia del gran divulgador J.A. Paulos es la del vigilante de un museo de ciencias naturales que estando ante un gran esqueleto de dinosaurio fue preguntado por unos visitantes sobre la antigüedad de aquellos resto y contestó con una

sorprendente precisión: “90.000.006 años”.Extrañados los visitantes sobre los 6 años pidieron explicaciones al paciente guarda y éste respondió “cuando llegué aquí me dijeron que el dinosaurio tenía 90.000.000 de años y de esto ya hace 6 años”.

Un ejemplo de falso realismo

Pero lo inesperado con números también se ha colado en los libros de texto. El siguiente enunciado es un clásico:

“Supongamos que en el comienzo de nuestra era, es decir, con el nacimiento de Jesucristo, la Tierra comienza a viajar –digamos, en línea recta, para mayor claridad- a la velocidad de la luz. Engendrará así un cilindro cuya sección recta será la del círculo máximo de la Tierra, y su altura será la velocidad e la luz multiplicada por el tiempo que esté trasladándose, que consideraremos será hasta el año 2000. Supongamos también que este cilindro es de oro macizo y queremos calcular su valor (un gramo de oro vale actualmente 370 pesetas). Por otra parte, al mismo tiempo que la Tierra comienza a desplazarse como hemos dicho, colocamos una peseta en el banco al interés compuesto del 10% y la dejamos hasta el mismo año 2000. El capital que tendremos entonces en el banco ¿nos permitirá comprar el cilindro de oro macizo?”.

(iii) Resultados inesperados en geometría

Un hecho inesperado en geometría es la enorme riqueza del plano frente a las penurias dolorosas del espacio: de infinitos polígonos regulares se pasa a solo cinco tipos de poliedros regulares; de tres tipos de mosaicos regulares se pasa a que solo el cubo es un regular que puede ser una loseta espacial; de la triangulación de todo polígono se pasa a la existencia de poliedros cóncavos no descomponibles en tetraedros;...etc.

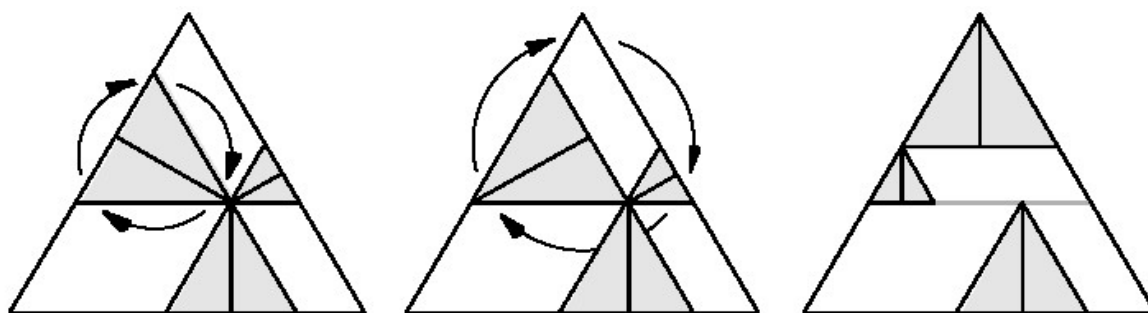
(iv) Demostraciones inesperadas de teoremas

Inesperadamente, la primera demostración resulte ser a menudo la peor. Con el paso de los años y con oficio las demostraciones van mejorando.

Ejemplo: Teorema de Viviani

Este popular teorema asegura que dado un punto cualquiera de un triángulo equilátero la suma de distancias a los tres lados es siempre igual a la altura del triángulo.

Seguramente Viviani se fijó en esta propiedad descomponiendo el área del triángulo en tres partes. Sin embargo, recientemente Kawasaki ha logrado una maravillosa demostración con imágenes:



(v) *Soluciones inesperadas de problemas*

Muchos problemas prácticos logran ser resueltos mediante caminos totalmente inesperados. Sirva como ilustración la solución a minimizar colas en supermercados gracias a introducir códigos de barras que ofrecen barritas blancas y negras representando informaciones clave en sistema binario, que luego admiten lecturas óptimas que a posteriori la computadora maneja.

5. LO INESPERADO EN CLASE DE MATEMÁTICAS

Y llegamos a un punto central de esta ponencia. De nuestros estudiantes podríamos decir de entrada lo que en su día Borges dijo refiriéndose a los peronistas argentinos: “Ni buenos, ni malos...imprevisibles”. La tesis que yo les voy a defender es la siguiente:

“Un eje central de nuestra actuación didáctica es sacar partido a lo que inesperadamente ocurre en clase, siendo el control de lo inesperado uno de los grandes valores de nuestra actividad docente”

Vamos a desglosar nuestros argumentos con algunos ejemplos:

I. *El valor de lo inesperado como captación del interés.*

Uno de nuestros valores docentes es crear interés por las matemáticas y ello exige un cierto grado de emociones en el desarrollo de actividades. La monotonía derivada de seguir un perfecto guión siempre previsible no contribuye a crear un clima de sorpresa sobre lo que va a suceder o lo que va a discutirse.

II. *Aprovechar temas de actualidad*

Si deseamos conectar matemáticas con realidad debemos prestar especial atención a la *actualidad*. La realidad lejana u obsoleta deja de ser un material esencial para pasar a ser una curiosidad histórica. Por tanto conectar temas de clase con noticias o situaciones actuales o temas que preocupan ahora exigirá estar al día y lanzar puentes entre nuestra materia y las situaciones de ahora.

Los medios de comunicación aportan abundante material de noticias a comentar y también facilitan casos en los que será preciso modelizar o en los que valdrá la pena insistir desde un punto de vista interdisciplinario.

III. Generar actividades inesperadas

Sobre la marcha, con ideas que surgirán en resoluciones de problemas, con ideas sorprendentes que surgirán en opiniones o propuestas de discusión, etc., tenemos un magnífico material para hacer pensar matemáticamente. Por ejemplo el mundo de los errores es una gran fuente de interesantes discusiones sobre donde está el error o como podría evitarse, etc. Y los errores son de todo tipo, desde los numéricos operativos a los conceptuales estadísticos.

IV. Ensayar dinámicas diferentes

Los propios alumnos pueden proponer problemas, hacer auto-evaluaciones, desarrollar proyectos, hacer visitas a fábricas, hacer actividades en el exterior, preparar obras de teatro,... rompiendo periódicamente con la rutina.

V. Aprovechar las TIC

Tanto en comunicación como en computación, visualización, etc cabe hoy explorar nuevas posibilidades. El reto de los nuevos elementos digitales alternativos a los libros de texto merece especial atención.

VI Desarrollar un currículum no lineal

El currículum basado en competencias puede permitir superar la clásica linealidad para tratar los temas y hacer de forma simultánea e integradora aprendizajes versátiles, con especial atención a las conexiones.

6. UN FINAL INESPERADO

Si algo es ineludible en nuestra actuación docente es predicar siempre con el ejemplo. Nosotros somos modelos importantes para los estudiantes y a la vez somos motores de cambio. Si yo quiero animarles a afrontar en positivo lo inesperado, debo ser el primero en sorprenderles con un final inesperado. Porque lo que ustedes realmente están esperando es que algo inesperado suceda. Así pues de finales habrá dos. Una historia y una canción.

Final 1º: Una historia

UN PROFESOR CON FRENO Y MARCHA ATRÁS

Recordando a Jardiel Poncela

Esta es la extraña historia de un profesor de matemáticas de nombre Ramón quien protagonizó a lo largo del siglo XXI un suceso extraordinario. Los científicos aún no han hallado ninguna explicación del fenómeno pero la comisión vaticana de la Fé, tampoco. Aquí haremos una crónica estricta de los hechos. El que hoy aun no tenga explicación, no quita interés a este evento.

Después de una vida dedicada a la enseñanza de la matemática el 10 de Enero de 2010, Ramón se jubiló, gozando de un bonito acto donde asistieron alumnos obligados, ex-alumnos avisados, todos los administrativos, algunos colegas del instituto y nadie de su seminario. También acudieron a la cita su señora Encarna, sus dos hijos y sus tres nietos.

Con un emocionado discurso, que retrasó notablemente el vermut, Ramón puso broche de oro a su carrera, iniciando el 11 de Enero su nueva vida. Pero Ramón hizo el error, o el acierto, de acudir aquel mismo día 11 a un centro médico para hacerse un chequeo, cuyo resultado fue sorprendente para todos, empezando por el propio Ramón. Las diversas pruebas pusieron en evidencia un nuevo fenómeno clínico desconocido hasta entonces: el día 11 de Enero el reloj biológico y mental de Ramón había iniciado una marcha atrás. Lo normal era que dichos chequeos de jubilados recientes acabaran con pesimistas predicciones, consejos de consolación apelando a la edad y una disertación final sobre el jamón ibérico y la esperanza de vida. Pero el caso de Ramón iba exactamente en dirección contraria: iba a vivir, día a día, un retroceso físico y psíquico cuyo alcance era impredecible. Como sea que el doctor responsable de tan sensacional hallazgo era un joven investigador aspirante a ser titular de universidad en la Facultad de Medicina, le faltó tiempo para publicar el hallazgo en las prestigiosas revistas internacionales *Science* y *Nature*, lo que hizo a Ramón extremadamente popular y obligó a las autoridades ministeriales a comunicarle su reingreso en el cuerpo, al ser insostenible reconocer la jubilación a alguien que sí había llegado a ella pero de la que se iba a ir alejando paulatinamente.

Ramón hizo largos paseos intentando imaginar como iba a desarrollarse su vida “pasada” en base a revivir etapas atrás. Todos los demás seguirían con su ritmo vital normal y solo él iba a revivir su vida anterior pero en el fulgor del futuro. Diversas preocupaciones atormentaban los días y las noches de Ramón y algunas cuestiones cruciales le obsesionaban:

¿En qué punto volvería a revertirse su reloj biológico y como volvería a vivir por tercera vez su madurez? ¿Y que pasaría con su próxima segunda jubilación?

¿Qué ocurriría cuando fuese muy viejo en años pero más joven biológicamente que sus nietos, sus hijos y su mujer?

¿Volverían a nombrarlo de oficio director de su instituto?

¿Podría volver a hacer de nuevo el CAP?

La nueva vida de Ramón fue cada vez más complicada. Como cada curso era “más joven” Ramón suspendía más y demostraba más teoremas. Lo que aumentaba en Ramón era la inexperiencia y hasta recuperó su dentadura al completo. Pero lo bueno del asunto fue que en lugar de revivir viejos currícula, Ramón fue innovando cosas pues como joven profesor estaba abierto cada vez más a los cambios. En contra de diversas publicaciones equivocadas que conjeturaron que Ramón volvería un día a clase con las tablas de logaritmos, Ramón fue líder en el uso de las TIC. Enviaba los deberes por SMS, hacía foros, incluso videoconferencias, muchas clases en inglés y hasta se tatuó una estrella pentagonal pitagórica en un brazo y se colocó un brillante-piercing en una oreja, con la total desaprobación de su señora ya muy mayor, de sus hijos jubilados y de sus nietos empresarios. La cosa llegó tan lejos que incluso Ramón aceptó ser tesorero de su asociación de profesores.

El caso de Ramón fue seguido por grandes especialistas que pudieron verificar que lo fundamental no era el paso de los años hacia delante al ritmo de lo de antes sino vivirlos hacia atrás al ritmo de lo de ahora.

Con 60 años de experiencia docente y 20 trienios a su espalda finalmente Ramón murió de accidente en una excursión de barranquismo con treking. Nunca podremos saber que hubiese ocurrido. Si Ramón habría desaparecido o hubiese iniciado 10 nuevos trienios. Pero lo que si quedó claro para todos es que lo importante no era el paso del tiempo sino la forma de vivirlo.

Final 2º: Una canción

Ahora les propongo que acabemos cantando una rumba (*una adaptación de C. Alsina de una rumba de Peret*). Es de las últimas cosas que la gente espera de nosotros:

LA MATEMÁTICA ES PODEROSA

Mágica ciencia, marabú,

disciplina nuestra, marabú,

Tan llena de gracia, marabú,

Guapa porque si.

Ella tiene poder,

ella tiene poder,

La Matemática es poderosa,

La Matemática tiene poder.

Su ARITMÉTICA: es su poder.

su GEOMETRÍA: es su poder.

sus ecuaciones: son su poder.

sus aplicaciones: son su poder.

sus argumentos: son su poder

sus olimpiadas: son su poder.

***Mágica ciencia, marabú,
disciplina nuestra, marabú,
Tan llena de gracia, marabú,
Guapa porque si.***

*La que el ingenio despierta,
ama y se deja querer,
tan rigurosa y tan hermosa,
de ahí le viene su poder.*

**Ella tiene poder,
ella tiene poder,
Matemática es poderosa,
Matemática tiene poder.**

**Ella tiene poder,
ella tiene poder,
Matemática es poderosa,
Matemática tiene poder.**

Como siempre me despido con mi lema:

*La matemática rigurosa se hace con la mente,
, la matemática hermosa se enseña con el corazón.*

Muchas gracias por su atención y que sean felices.

Claudi Alsina
Claudio.alsina@upc.edu